

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ
КАНДИДАТА МР ДРАГАНА ЈОЧИЋА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
<p>1. Датум и орган који је именовao комисију 29. децембар 2014. године, Научно-наставно веће Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду</p> <p>2. Састав комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <ul style="list-style-type: none">– др Петар Марковић, ванредни професор, <i>Алгебра и математичка логика</i>, 1. 7. 2010. године, Природно-математички факултет, Департман за математику и информатику, Универзитет у Новом Саду – председник– др Арпад Такачи, редовни професор, <i>Анализа и вероватноћа</i>, 27. 3. 1992. године, Департман за математику и информатику, Универзитет у Новом Саду – члан– др Александар Перовић, ванредни професор, <i>Математичка логика</i>, 15. 12. 2013. године, Саобраћајни факултет, Универзитет у Београду – члан– др Тијана Левајковић, доцент, <i>Анализа и вероватноћа</i>, 15. 10. 2012. године, Саобраћајни факултет, Универзитет у Београду – члан– др Ивана Штајнер-Папуга, ванредни професор, <i>Анализа и вероватноћа</i>, 1. 4. 2013. године, Природно-математички факултет, Департман за математику и информатику, Универзитет у Новом Саду – ментор
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
<p>1. Име, име једног родитеља, презиме: Драган, Никола, Јочић</p> <p>2. Датум рођења, општина, држава: 23.01.1978., Нови Сад, Србија</p> <p>3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија – мастер и стечени стручни назив -</p> <p>4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија 2012., математика</p> <p>5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране: Природно-математички факултет, Условно дистрибутивни реални полупрстени, математика, 23.09.2005.</p> <p>6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука: Математика</p>
III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:
Дистрибутивност операција агрегације и њихова примена у теорији корисности

IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Докторска дисертација Јочић Драгана написана је на 105 страна, садржи 3 поглавља, 15 слика, 1 прилог и 75 литературних навода. Текст је подељен у 7 целина:

- Увод (4 стране);
- Операције агрегације (32 стране);
- Дистрибутивност операција агрегације (29 страна);
- Примена операција агрегације у теорији корисности (27 страна);
- Закључак (2 стране);
- Прилог (4 стране);
- Литература (7 страна).

Садржај докторске дисертације постављен је логички јасно, конзистентно и разумљиво.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Наслов дисертације је јасно и прецизно формулисан, садржи кључне речи истраживања, те адекватно репрезентује тему и садржај дисертације.

У **Уводу** докторске дисертације дефинисан је предмет истраживања. Јасно је указано на значај операција агрегације како с теоријског аспекта тако и у примењеној математици, те у информатичким и техничким наукама, економији и финансијама и многим другим природним и друштвеним наукама. Посебно је истакнута улога парова операција агрегације који задовољавају законе дистрибутивности у теорији корисности при моделирању понашања доносиоца одлука.

У првој глави под називом **Операције агрегације** дат је исцрпан преглед појмова везаних за операције агрегације са посебним освртом на математичке особине, њихово тумачење и могућу примену. У зависности од природе вредности које треба објединити операције агрегације, поред монотоности и рубних услова из саме дефиниције, могу поседовати и неке друге математичке особине као што су непрекидност, симетрија, идемпотентност, положај на реалној оси, парцијална агрегација по групама, инваријатне особине, постојање неутралног и апсорбујућег елемента (анихилатора). Такође, у овој глави су представљене и неке познате класе операција агрегације као што су т-норме, т-конорме, ГМ-операције, операције агрегације са нетривијалним неутралним елементом (унинорме и ослабљене унинорме) као и операције агрегације са нетривијалним апсорбујућим елементом (нуланорме и ослабљене нуланорме).

Друга глава под називом **Дистрибутивност операција агрегације** садржи оригиналне резултате који се односе на решења једначина дистрибутивности где непознате функције припадају неким познатим класама операција агрегације. Генерално, ове резултате можемо поделити у две групе. Прву групу чине резултати добијени решавањем једначина дистрибутивности где су непознате функције ГМ-операције и ослабљене нуланорме, те ГМ-операције и ослабљене унинорме, као и случај када бар једна од посматраних операција агрегације без неутралног и апсорбујућег елемента. Другу групу чине резултати где је разматрана условна дистрибутивност (ослабљена дистрибутивност), тј. случај када закон дистрибутивности важи на ограниченом домену, операција агрегације са нетривијалним апсорбујућим елементом у односу на т-конорме и неке класе унинорми. Обе групе резултата представљају надоградњу постојећих резултата, те дају одговоре на нека отворена питања и успешно употпуњују савремена сазнања о датој теми.

Трећа глава под називом **Примена операција агрегације у теорији корисности**, као што и сам наслов указује, посвећена је једној од многобројних примена операција агрегације. У том циљу прво су представљене декомпозибилне мере и проблем одлучивања са посебним акцентом на одлучивању у условима неизвесности. Такође, дат је преглед неких познатих резултата из теорије корисности где кључну улогу имају операције агрегације и закони дистрибутивности као што су класична теорија очекиване корисности и вероватносне мешавине, проширене мешавине и могућносна теорија корисности, хибридне мешавине и хибридна функција корисности. Оригинални

результати представљају даљу надоградњу хибридне функције корисности када улогу до тада коришћене t -норме преузима нуланорма са нетривијаним апсорбујућим елементом која је условно дистрибутивна у односу на t -конорму. Управо ово проширење омогућава увођење прага одбацивања који одговара апсорбујућем елементу, те омогућава моделовање понашања доносиоца одлуке склоног ка постављању неке врсте прага одбацивања. Разматран је и проблем независности догађаја за S -мере, где опет кључну улогу имају операције агрегације које задовољавају закон дистрибутивности. Исто тако, указано је и на везу између мешавина и сепарабилности (уопштене независности) у оквиру теорије корисности.

У **Закључку** су сумирани оригинални резултати дисертације и указано је на могуће правце будућег истраживања.

Прилог садржи доказе изабраних резултата из првог поглавља који пружају детаљнији у циљу што бољег приближавања технике доказивања карактеристичне за посматрану област.

Литература обухвата 75 библиографских јединица релеватних за испитивану тему. Коришћена литература је актуелна и адекватно одабрана како за теоријску основу ове докторске дисертације, тако и за поређење са резултатима других истраживања која се баве посматраном темом.

VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

1. **D. Jočić, I. Štajner-Papuga, Restricted distributivity for aggregation operators with absorbing element, Fuzzy Sets and Systems 224 (2013), 23-35. (M21)**
2. **D. Jočić, I. Štajner-Papuga, Distributivity equations and Mayor's aggregation operators, Knowledge-Based Systems 52 (2013), 194-200. (M21)**
3. **D. Jočić, I. Štajner-Papuga, On Restricted Distributivity of Nullnorm with Respect to t -conorm and Corresponding Utility Function, Proceedings of the IEEE 10th Jubilee International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, Subotica 2012 (SISY 2012), 511-514. (M33)**
4. **D. Jočić, I. Štajner-Papuga, Distributivity between Mayor's aggregation operators and relaxed nullnorm, Proceedings of the IEEE 11th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, Subotica 2013 (SISY 2013), 29-32. (M33)**
5. **D. Jočić, I. Štajner-Papuga, On restricted distributivity of aggregation operators and utility functions, Proceedings of the 12th International Conference on Fuzzy Set Theory and Applications FSTA2014, Liptovský Ján, Slovak Republic 2014, str. 63. (M34)**

VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

Предмет истраживања предложене докторске дисертације је карактеризација парова разних класа операција агрегације који задовољавају једначине дистрибутивности, те примена добијених резултата у теорији корисности при моделирању понашања доносиоца одлука.

Проблем дистрибутивности операција агрегације последње две деценије добија све више на значају и његово решавање резултовало је великим бројем радова. Поред значајних резултата добијених у овој области, увођењем у математичку литературу нових класа операција агрегације, јављају се и бројна отворена питања па самим тим и потреба за даљим истраживањем овог проблема. Резултати презентовани у овој докторској дисертацији дају одговоре на нека од питања и могу се поделити у три целине, при чему су прве две оријентисане ка теоријским аспектима испитиване проблематике, док трећа разматра могућу примену.

Прву групу чине резултати који се баве законом дистрибутивности на целом домену посматраних функција. Разматрани су случајеви када је једна непозната функција ГМ-операција, а друга ослабљена нуланорма (операција агрегације са нетривијалним апсорбујућим елементом), односно ослабљена униорма (операција агрегације са нетривијалним неутралним елементом), те случај када је бар једна од функција операција агрегације без неутралног и апсорбујућег елемента. У досадашњим истраживањима решаване су једначине дистрибутивности које обухватају ГМ-операције и т-норме (т-конорме) код којих су неутрални и апсорбујући елементи рубне тачке јединичног интервала. Показало се да је закон дистрибутивности у комбинацији са ГМ-операцијом јак услов јер знатно поједностављује структуру инволвираних операција. Решавајући једначину дистрибутивности ГМ-операције у односу на ослабљену нуланорму додатно је и разјашњена структура ГМ-операције у виду добро познатих ординалних сума. Овај резултат представља знатан напредак у односу на раније познат случај када је уместо ослабљене нуланорме у једначини дистрибутивности коришћена т-норма или т-конорма при чему се не добија никаква информација о структури ГМ-операције.

Друга група резултата је добијена решавањем једначина дистрибутивности на ограниченем домену (условне дистрибутивности, ослабљене дистрибутивности) за нуланорме (ослабљене нуланорме) и т-конорме, те за нуланорме (ослабљене нуланорме) и посебне класе униорми. До сада су решаване једначине дистрибутивности које обухватају поменуте операције на читавом домену. Тада се добијају једино идемпотентна решења за унутрашњу операцију у једначини дистрибутивности. Управо та чињеница је разлог за прелазак на условну дистрибутивног јер се показало да овај приступ даје већи број решења, те и већу могућност примене. Исто тако, треба нагласити да су досадашња истраживања разматрала условну дистрибутивност т-норме према т-конорми, униорме према т-конорми и псеудо-множења према т-конорми. Заједничка особина за претходна три случаја је то да прва операција поседује неутрални елемент, па се логично намеће питање шта се дешава када се она замени са операцијом агрегације са нетривијалним апсорбујућим елементом. Значај добијених резултата је двострук. Са једне стране они генерализују теорему о условној дистрибутивности т-норме према т-конорми, а са друге стране представљају и надоградњу резултата о дистрибутивности нуланорми (ослабљених нуланорми) према неким посебним класама униорми јер доводе до неидемпотентних решења.

Трећа група оригиналних резултата је усмерена на примену претходно добијених резултата о условној дистрибутивности непрекидне нуланорме са нетривијалним апсорбујућим елементом κ у односу на непрекидну т-конорму у теорији корисности. Од раније је познато је да је коришћењем хибридних мешавина конструисана хибридна функција корисности U на следећи начин:

$$U(u_1, u_2; \mu_1, \mu_2) = S(T(u_1, \mu_1), T(u_2, \mu_2)),$$

где је T непрекидна т-норма условно дистрибутивна у односу на непрекидну т-конорму S , док су u_1, u_2 корисности, а μ_1, μ_2 степени веродостојности. У дисертацији су детаљно испитане особине новоуведене функције корисности U_F која је добијена тако што је у функцији корисности U т-норма T замењена непрекидном нуланормом F , са нетривијалним апсорбујућим елементом κ , која је условно дистрибутивна у односу на т-конорму S . Показано је да њена вредност не може бити мања од κ , што отвара врата дискусији о хибридниим функцијама корисности са претходно задатим прагом κ . Такође, испитано је понашање доносиоца одлуке у односу на новоуведену функцију корисности U_F , што доводи до истог прага одбацивања κ и код одговарајуће S -мере. Претходно допушта употребу нуланорме уместо т-норме у дефиницији сепарабилности за S -мере са задатим

прагом k , а самим тим и њену декомпозицију у низ бинарних стабала као у случају опште S -мере. На основу ових закључака је конструисан алгоритам, аналогно случају хибридне функције корисности U , за израчунавање корисности сложене лутрије примењујући новоуведену функцију корисности U_F .

VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Кандидат је у целости испунио задатке предвиђена планом из пријаве теме докторске дисертације. Теза је написана прегледно, јасно и разумљиво. Оригинални резултати истраживања су прегледно изложени, формулације и докази тврђења су прецизни, адекватно тумачени и илустровани релевантним примерима. Увидом у коришћену литературу може се закључити да кандидат поседује шире познавање области, као и да је упознат са досадашњим истраживањима.

На основу изложеног, комисија позитивно оцењује начин приказа и тумачења резултата истраживања.

IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ:

1. Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме

Докторска дисертација је у написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме.

2. Да ли дисертација садржи све битне елементе

Дисертација садржи све битне елементе:

- дат је исцрпан приказ познатих резултата на које се дисертација ослања;
- оригинални резултати су систематски и прегледно изложени;
- дат је исцрпан списак коришћене литературе који сведочи да је кандидат упозната са облашћу истраживања и савременим научним токовима.

3. По чему је дисертација оригиналан допринос науци

Оригинални допринос ове дисертације се огледа у резултатима који решавају проблем дистрибутивности ГМ-операција и операција агрегације са нетривијалним апсорбујућим елементом, односно операција агрегације са нетривијалним неутралним елементом, те проблем дистрибутивности за случај када је бар једна од функција операција агрегације без неутралног и апсорбујућег елемента, као и питање саме структуре ГМ-операција. Затим, оригинални допринос представља и решавање проблем условне дистрибутивности за нуланорме (ослабљене нуланорме) и t -конорме, те за нуланорме (ослабљене нуланорме) и посебне класе униорми. Претходно наведено са једне стране генерализује познати резултат о условној дистрибутивности t -норме према t -конорми који има широку примну, а са друге стране представљају надоградњу резултата о дистрибутивности нуланорми (ослабљених нуланорми) према неким посебним класама униорми јер доводи до нових неидемпотентних решења. Такође, допринос науци представља и примена добијених резулта у теорији корисности. Од посебног значаја је чињеница да новоуведена функција корисности има праг одсецања који одговара апсорбујућем елементу једног од оператора агрегације коришћеног при конструкцији, што омогућава моделовање специфичног понашања доносиоца одлуке.

4. Недостаци дисертације и њихов утицај на резултат истраживања

Дисертација нема недостатака.

X ПРЕДЛОГ:
На основу укупне оцене дисертације, комисија предлаже:
- да се докторска дисертација под насловом Дистрибутивност операција агрегације и њихова примена у теорији корисности прихвати, а кандидату мр Драгану Јочићу одобри одбрана.

Novi Sad, 30. 12. 2014.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

др Петар Марковић
ванредни професор, председник

др Арпад Такачи
редовни професор, члан

др Александар Перовић
ванредни професор, члан

др Тијана Левајковић
доцент, члан

др Ивана Штајнер-Папуга
ванредни професор, ментор

НАПОМЕНА: Члан комисије који не жели да потпише извештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије, дужан је да унесе у извештај образложење односно разлоге због којих не жели да потпише извештај.