

**УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ**  
**ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ**

**ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**  
**мр Еугена Љајка**

<b>I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b> 1. Датум и орган који је именовано комисију Наставно-научно веће Природно-математичког факултета на 24. седници одржаној 18.7.2014. године 2. Састав комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен: 1. др Ђурђица Такачи, редовни професор ПМФ-а у Новом Саду, Математика, уже научна област Анализа и вероватноћа, 10.3.1997, председник 2. др Драгослав Херцег, редовни професор ПМФ-а у Новом Саду, Математика, уже научна област Нумеричка математика, 25.5.1989, ментор 3. др Мара Ђукић, редовни професор Филозофског факултета у Новом Саду, научна област: Педагогија, уже научна област: Дидактика, 13.7.2001, члан 4. др Иван Анић, доцент ПМФ-а у Новом Саду, Математика, уже научна област Методика наставе математике, датум избора у звање 1.10.2013, члан 5. др Петар Марковић, редовни професор ПМФ-а у Новом Саду, Математика, уже научна област Алгебра и математичка логика, датум избора у звање 1.06.2015, члан
<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b> 1. Име, име једног родитеља, презиме: <b>Еуген (Шефик) Љајко</b> 2. Датум рођења, општина, држава: <b>26.7.1974. Драгаш, Гора, Србија</b> 3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија – мастер и стечени стручни назив <b>Природно - математички факултет у Приштини, дипломирани математичар, 1997.</b> 4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија 5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране: <b>Природно-математички факултет у Новом Саду: „Методичка и техничка разрада решавања једначина уз примену рачунара у средњој школи“, методика наставе математике, 28.12.2007. године,</b> 6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука: <b>Методика наставе математике</b>
<b>III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:</b> <b>Утицај GeoGebra-е на предавање и учење аналитичке геометрије у средњој школи</b>
<b>IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:</b> Докторска дисертација има 112 страна, 5 глава, литературу (71 наслов и 13 интернет-адреса), 25 табела, 17 слика и 13 хистограма.  Предговор УВОД 1. ЗАСТУПЉЕНОСТ АНАЛИТИЧКЕ ГЕОМЕТРИЈЕ У ПЛАНОВИМА СРЕДЊИХ ШКОЛА 2. СОФТВЕР У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ 2.1. Динамични геометријски системи – ДГС (Dynamic geometry systems – DGS) 2.2. Рачунарски системи алгебре – РСА (Computer algebra systems – CAS) 2.3. Основне особине програма GeoGebra 3. МЕТОДИЧКА И ТЕХНИЧКА РАЗРАДА УПОТРЕБЕ РАЧУНАРА У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

- 3.1. Психолошки процеси у настави потпомогнутој употребом рачунара
  - 3.2. Техничка решења за рачунарски потпомогнуту наставу математике
  - 3.3. Предлози за обраду аналитичке геометрије уз употребу рачунара у средњој школи
  - 3.4. Припреме наставника за наставу у рачунарском окружењу
  4. ПРИКАЗ НАСТАВЕ АНАЛИТИЧКЕ ГЕОМЕТРИЈЕ У РАЧУНАРСКОМ ОКРУЖЕЊУ
    - 4.1. Дуж
    - 4.2. Права
    - 4.3. Кружница
    - 4.4. Елипса
    - 4.5. Хипербола
    - 4.6. Парабола
    - 4.7. Радови ученика
  5. ПЕДАГОШКИ ЕКСПЕРИМЕНТ
    - 5.1. Опис рачунарски потпомогнуте наставе аналитичке геометрије у равни
    - 5.2. Проблем, циљ, задаци и хипотеза истраживања
    - 5.3. Експериментални узорак
    - 5.4. Анализа тестова и писмених задатака
    - 5.5. Закључци истраживања
- ЗАКЉУЧАК  
SUMMARY  
ЛИТЕРАТУРА

Садржаји докторске дисертације дати су и на CD-у, у PDF формату. CD је снабдевен и одговарајућим апликацијама – динамичним радним листовима израђеним у програму GeoGebra. Већина апликација представља генеричке организаторе или визуелизацију одређеног концепта, односно помоћ у посматрању решеног примера. Апликације прате текст докторске дисертације и могу се покренути из текста, или независно од њега.

## **V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:**

У уводној глави образложена је потреба за организовањем, извођењем и вредновањем наставе аналитичке геометрије у рачунарском окружењу. Описане су и активности свих чинилаца овако организоване наставе.

Прва глава садржи преглед заступљености наставних јединица из аналитичке геометрије у плановима и програмима средњих школа у Србији. Извршено је и поређење наших планова и програма са програмима земаља окружења и најразвијенијих земаља света. Указано је на детаље и смернице у програмима најнапреднијих образовних система чијом се применом поспешује ефикасност употребе информационо – комуникационих технологија (ICT) у настави математике.

У другој глави су описани данас актуелни софтвери које је могуће применити у настави математике. Посебна пажња је поклоњена Динамичним геометријским системима (DGS) и Рачунарским системима алгебре (CAS). Упоредене су њихове карактеристике са карактеристикама *GeoGebra-e*.

У трећој глави је дата техничка и методичка разрада наставе математике у рачунарском окружењу. Разрађени су психолошки процеси кроз које ученици пролазе приликом изградње знања у рачунарском окружењу (инструментална генеза, оркестрација). Приказана су искуства страних истраживача (Papert, Vauch, Trouche) а дати су и конкретни предлози за начине уређења рачунарске учионице и временске организације наставе у таквом окружењу (ја – ти – ми, Ulm, Vauch). Детаљно су описане и припреме наставника за овако организовану наставу математике.

У четвртој глави аутор је детаљније описао формирање рачунарског окружења у коме се изводила настава аналитичке геометрије у равни. Описани су динамични радни листови коришћени на часовима као и начини њихове примене приликом обраде градива и решавања задатака. Формирање наставног процеса је пропраћено са 40 апликација – динамичних радних листова. На примеру наставних јединица везаних за елипсу детаљно су приказане фазе наставног процеса у рачунарском окружењу, почев од извођења једначине елипсе, па до решавања конкретних примера везаних за елипсу. Поред тога, описани су и карактеристични начини решавања задатака које су ученици приказали самостално припремљеним радним листовима.

У петој глави приказани су проблем, циљ, задаци и хипотеза истраживања. У њој су садржани статистички подаци везани за резултате наставе аналитичке геометрије у равни изведене у рачунарском окружењу, као и одговарајући закључци у вези ефикасности и квалитета такве наставе.

Наставно градиво изложено у докторској дисертацији, предвиђено је актуелним наставним програмом за обраду у редовној и додатној настави, а неки садржаји у прилогу погодни су и за

израду матурских радова.

## VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

**M52** [1] Д. Херцег, **Е. Љајко**: *Приближно решавање једначина помоћу рачунара*, Настава математике, ЛП, 1 – 2, стр 32 – 42, Београд, 2008.

**M33** [2] **Е. Љајко**, Драгослав Херцег: *Диференцирана настава и промена става према учењу*, Зборник радова 12. Српског математичког конгреса, стр 1 – 9, Нови Сад, 2008.

**M51** [3] **Е. Љајко**, Златка Павличић, Ивана Радуловић: *GeoGebra у средњошколској настави аналитичке геометрије*, Педагошка стварност, LV, 9 – 10, стр 909 – 920, Нови Сад, 2009.

**M33** [4] **Е. Љајко**, Pavličić Z., Radulović I.: *Some technical difficulties with GeoGebra in high – school mathematics instruction*, Zbornik radova konferencije MIT 2009, str 206 – 209, Kosovska Mitrovica, 2009.

**M24** [5] **Е. Љајко**, Milan Mihajlović, Zlatka Pavličić: *The hyperbola and GeoGebra in high – school instruction*, Teaching Mathematics and Computer Science, 8/2, pp 277 – 285, Debrecen, 2010.

**M63** [6] В.Д. Ибро, **Е. Љајко**: *Улога језика приликом усвајања математичких појмова и правила*, Зборник радова научног скупа „Наука и политика“, 5/3, стр. 169 – 174, Пале, 2010.

**M51** [7] **Е. Љајко**, Jasmina Maksić: *Proučavanje elipse pomoću GeoGebre*, Osječki matematički list 11, str. 39 – 44, Osijek, 2011.

**M51** [8] **Е. Љајко**, V. Ibro, *Development of ideas in a GeoGebra – aided mathematics instruction*, Mevlana International Journal of Education (MIJE) Vol. 3(3) Special Issue: Dynamic and Interactive Mathematics Learning Environments, pp. 1- 7, 01 July, 2013, available online at <http://mije.mevlana.edu.tr/>

**M24** [9] Ljajko, E. (2016). Does the problem complexity impact students' achievements in a computer aided mathematics instruction? The teaching of mathematics, **XIX** (1), xx – xx

## VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

1. У докторској дисертацији успешно је реализована методичка трансформација садржаја аналитичке геометрије у равни, у наставном систему настава уз помоћ рачунара. Кандидат је решио овај задатак израдом оригиналних апликација и генеричких организатора у програму GeoGebra, користећи приступ *ja – tu – mi* (Ulm, Bauch) који се ослања на психолошке процесе *инструменталне генезе и оркестрације* (Defoud, Trouche).

- Прилози – динамични радни листови, њих 40, прилагођени настави уз помоћ рачунара, израђени су применом образовног софтвера GeoGebra и представљају генеричке организаторе који се односе на дефиниције и особине математичких објеката, као и решења задатака.
- Наставно градиво изложено у докторској дисертацији, предвиђено је актуелним наставним програмом за обраду у редовној и додатној настави, а неки садржаји у прилогу погодни су и за израду матурских радова. Ови наставни садржаји дати су и на CD, а одговарајуће апликације и генерички организатори, могу се покренути директно или из текста.
- У одељку 4.6 четврте главе докторске дисертације који је пропраћен одговарајућим апликацијама, применом програма GeoGebra анимиран је и приступ дефиницији конусних пресека по Руђеру Бошковићу.
- Неки резултати приказани у докторској дисертацији објављени су у радовима [3], [4], [5], [7], [8].

2. У прве четири главе докторске дисертације детаљано је теоријски обрађен дидактички систем настава уз помоћ рачунара, у складу са савременим радовима (S. Papert, L. Trouche, D. Tall, V. Ulm, M. Bauch, M. Prensky)

- Уз анализу међусобне зависности фактора наставе, дат је приказ дидактичких принципа, на којима се заснива настава уз помоћ рачунара, са посебним нагласком на принципе инструменталне генезе и оркестрације. Оригиналним примерима приказана је спољња контрола услова процеса оркестрације у рачунарском окружењу.
- Анализиран је образовни софтвер (са посебним нагласком на GeoGebra-у), који представља потребан услов за успешну реализацију наставе уз помоћ рачунара.
- Дата је анализа места, улоге и суштинског утицаја наставних средстава, рачунара и образовног софтвера, на карактер наставе математике, а посебно на карактер наставних метода и дидактичких принципа. Потврђена је њихова улога у настави математике, као и чињеница да рачунар и образовни софтвер представљају важан фактор наставе, тј. доказује се да је настава уз помоћ рачунара – посебан дидактички систем.

3. Педагошко истраживање о могућности примене наставе уз помоћ рачунара и њеном утицају на

образовни učinak u nastavi analitičke geometrije u trećem razredu gimnazije prikazano je u petoj glavi. U školi su formirane eksperimentalna grupa (nastavni sadržaji su realizovani u procesu nastave uz pomoć računara) i kontrolna grupa (primenjuje se tradicionalna nastava). U pripremi realizacije istraživanja učenicima eksperimentalne grupe prikazane su osnovne karakteristike i naredbe programa GeoGebra, prvo na elementarnom, a kasnije i na višem nivou. U svim fazama istraživanja, poštovano je osnovno načelo primene računara u nastavi matematike, da računar u nastavi matematike ne oslobađa učenika od učenja matematike. Takođe, analizirani su obrađeni nastavni sadržaji, a kompletan prikaz gradiva, definicija i osobina matematičkih koncepata i primeri rešenja zadataka, mogu se pokrenuti sa CD-a, iz teksta ili direktno. Prikazana je detaljna analiza zadataka, zadatih na glavnom i na ponovljenom testu sa aspekta ciljeva i zadataka istraživanja. Analiza pokazuje i da su zadaci dobro izbalansirani, sa aspekta jednake dostupnosti svakog zadatka učenicima, kako eksperimentalne, tako i kontrolne grupe.

U analizi rezultata pedagoškog istraživanja, detaljno su analizirani rezultati postignuti u rešavanju svakog zadatka pojedinačno i kompletnog testa, za svaku grupu. U svakom od navedenih slučajeva analiziran je nivo statističke značajnosti razlike aritmetičkih sredina. Rezultati potvrđuju da su postavljene cilj i zadaci istraživanja realizovani u potpunosti:

- uočeno je da statistički značajno povećanje obrazovnog učinka, u nastavi uz pomoć računara, u odnosu na tradicionalnu nastavu zavisi od doslednosti u primeni ICT u celokupnom sistemu nastave, uključujući i proveru i vrednovanje znanja učenika. To se ogleda u statistički značajno boljoj osposobljenosti učenika eksperimentalne grupe za samostalno učenje i sticanje znanja, za uspešniju primenu stечених znanja, kao i veću trajnost stечених znanja, samo u slučaju kada se posmatra u potpunosti zaokružen sistem nastave potpomognut upotrebom ICT.
- dobijeni rezultati (otežano ili skoro nemoguće poređenje računarske sa klasičnom nastavom) su potvrdili da je nastava u računarskom okruženju poseban didaktički sistem.
- potvrđeno je da postoje pedagoško – didaktički предуслови za uspešnu primenu nastave uz pomoć računara u realizaciji nastavnih sadržaja analitičke geometrije u gimnaziji,
- utvrđeno je da je pripremljenost nastavnika za овакав вид nastave најзначајнији чинилац за њену uspešnost.

### VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Докторска дисертација представља значајан допринос методици наставе математике. Једна од основних тенденција у савременој настави математике – одређење да се настава математике усмерава на процес стицања знања и могућност примене знања, одлучујуће је утицала на њену структуру. У складу са тим одређењем, уз уважавање савремених научних резултата, из области методике математике, психологије, образовног софтвера, методологије педагошког истраживања, докторска дисертација (са интерактивним делом на CD-у) обухвата три целине.

- Теоријска обрада дидактичког система настава уз помоћ рачунара са анализом међусобне зависности фактора наставе, анализом дидактичких принципа, класификацијом и приказом наставних метода уз апликације подесно формиране коришћењем наведеног образовног софтвера.
- Методичка трансформација научних у наставне садржаје аналитичке геометрије, у процесу наставе уз помоћ рачунара, са адекватним избором садржаја, израдом одговарајућих динамичних радних листова уз коришћење образовног софтвера GeoGebra.
- Педагошки експеримент са циљем да се утврди да ли постоје педагошко–дидактички предуслови за примену рачунара у настави математике у гимназији, чиме би се повећао образовни учинак и ученици оспособили за самостално учење и стицање знања, као и примену стечених знања.

Тако структурирана, докторска дисертација на најбољи начин приказује наставу уз помоћ рачунара као дидактички систем у коме наведена савремена одређења добијају пуни смисао. Неки делови докторске дисертације публиковани су у радовима [3], [4], [5], [7], [8].

### IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Експлицитно навести да ли дисертација јесте или није написана у складу са наведеним образложењем, као и да ли она садржи или не садржи све битне елементе. Дати јасне, прецизне и концизне одговоре на 3. и 4. питање:

1. Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме?

Докторска дисертација *Утицај GeoGebra-е на предавање и учење аналитичке геометрије у средњој школи* кандидата мр Еугена Љајка написана је у складу са образложењем наведеним у пријави теме.

2. Да ли дисертација садржи све битне елементе?

Докторска дисертација *Утицај GeoGebra-е на предавање и учење аналитичке геометрије у средњој школи* кандидата мр Еугена Љајка садржи све битне елементе. У докторској дисертацији су детаљно и јасно реализовани постављени циљеви и задаци докторске дисертације. У реализацији методичке трансформације, прилагођене настави уз помоћ рачунара, коришћен је веома квалитетан, бесплатан, образовни софтвер, као и обимна и релевантна литература. Делови докторске дисертације, који јој припадају представљају једну конзистенту целину, која у потпуности покрива градиво аналитичке геометрије, предвиђено за редовну и додатну наставу и израду матурских радова, која је прилагођена овом дидактичком систему.

Анализа дидактичког система настава уз помоћ рачунара, приказ и илустрација појединих дидактичких принципа који га посебно карактеришу, приказ и илустрација његових наставних метода, као и израда једног могућег (прилагођеног) оперативног плана, наставне теме аналитичка геометрија, веома детаљно и експлицитно приказују овај дидактички систем. Ова исцрпна анализа је обављена уз коришћење обимне литературе и савремених резултата из области методике математике, психологије, образовног софтвера.

Педагошки експеримент је спроведен у складу са савременим резултатима из области методике математике, психологије, образовног софтвера. Истраживање је приказано детаљно и прегледно, са јасно постављеним циљевима и задацима, а хипотезе истраживања су правилно постављене и тестиране у складу са правилима методологије педагошког истраживања. Добијени резултати су коректни и верно одсликају прооблем и предмет истраживања.

Делови докторске дисертације су већ публиковани у радовима који су објављени у часописима приказаним у VI.

3. По чему је дисертација оригиналан допринос науци

Ова докторска дисертација на оригиналан начин употпуњује савремену уџбеничку литературу и други наставни материјал, генеричким организаторима појединих дефиниција и концепата. Поједини генерички организатори односе се на значајне проблеме из области аналитичке геометрије. У дисертацији је показано како се принцип визуализације може имплементирати у наставу математике. Описана је једна класификација наставних метода (Ulm, Bauch), веома добро прилагођена наставном систему настава уз помоћ рачунара и илустрована оригиналним примерима. Нарочито је значајан допринос реализације педагошког истраживања, које омогућује да се измери утицај метода и поступака наставе уз помоћ рачунара на квалитет ученичког знања о садржајима аналитичке геометрије. Начин на који је реализована настава у експерименталној групи показао је да у наставном систему настава уз помоћ рачунара, рад на рачунару и коришћење образовног софтвера, не умањује значај учења математике, него напротив подиже ниво активности и самосталности сваког ученика и подстиче његову креативност.

Докторска дисертација представља оригиналан допринос унапређењу теорије и праксе методике наставе математике (аналитичке геометрије) у гимназији, уз могућност адекватног избора, артикулације и трансформације наставних садржаја и њихове дидактичке обраде у оквиру дидактичког система настава уз помоћ рачунара, чиме се настава математике усмерава на процес стицања знања и могућност примене знања.

4. Недостаци дисертације и њихов утицај на резултат истраживања

У докторској дисертацији нема недостатака који би утицали на резултат истраживања.

**X ПРЕДЛОГ:**

На основу укупног сагледавања оцене докторске дисертације *Утицај GeoGebra-е на предавање и учење аналитичке геометрије у средњој школи* кандидата мр Еугена Љајка, комисија позитивно оцењује ову дисертацију и предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду да прихвати позитивну оцену и одобри кандидату да докторску дисертацију јавно брани.

Нови Сад, 17. XI 2015.

Комисија

др Ђурђица Такачи, ред. проф. ПМФ-а у Новом Саду, председник

др Драгослав Херцег, ред. проф. ПМФ-а у Новом Саду, ментор

др Мара Ђукић, ред. проф. Филозофског факултета у Новом Саду, члан

др Иван Анић, доцент. ПМФ-а у Новом Саду, члан

др Петар Марковић, редовни професор ПМФ-а, члан