

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

-обавезна садржина- свака рубрика мора бити попуњена

(сви подаци уписују се у одговарајућу рубрику, а назив и место рубрике не могу се мењати или изоставити)

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
<p>1. Датум и орган који је именовao комисију</p> <p>26.3.2020. године, Декан Факултета на основу одлуке Наставно-научног већа Факултета техничких наука Универзитета у Новом Саду</p> <p>2. Састав комисије са знаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <ol style="list-style-type: none">1. др Силвиа Гилезан, редовни професор, Теоријска и примењена математика, 24.02.2005., Факултет техничких наука, Нови Сад, председник комисије;2. др Предраг Јаничић, редовни професор, Рачунарство и информатика, 09.04.2015., Математички факултет, Београд, члан комисије;3. др Ксенија Дорословачки, ванредни професор, Теоријска и примењена математика, 08.07.2019., Факултет техничких наука, Нови Сад, члан комисије;4. др Ђорђе Баралић, научни сарадник, Топологија, 17.12.2014., Математички институт САНУ, Београд, члан, ментор;5. др Зоран Петрић, научни саветник, Логика, 19.11.2008., Математички институт САНУ, Београд, члан, ментор.
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
<p>1. Име, име једног родитеља, презиме:</p> <p>МАРИНА, МИЛИМИР, МИЛИЋЕВИЋ</p> <p>2. Датум рођења, општина, држава:</p> <p>02.02.1987. године, Сарајево, општина Центар, Босна и Херцеговина</p> <p>3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија – мастер и стечени стручни назив:</p> <p>---</p> <p>4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија:</p> <p>2016. године, Математика у техници</p>

5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране:

Универзитет у Источном Сарајеву, Филозофски факултет Пале
Проблем карактеризације групе аутоморфизама графа
Теорија графова
9.7.2015. године

6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука:
Примјењена математика

III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Формални системи за доказивање теорема инциденције

ВПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Навести кратак садржај са назнаком броја страна, поглавља, слика, шема, графикона и сл.

Докторска дисертација је написана на српском језику, на 127 страна и подељена је у 7 поглавља са следећим садржајем:

Садржај

- Резиме
Преглед слика
1. Увод
 - 1.1. Мотивација
 - 1.2. Организација дисертације и главни доприноси
 2. Теореме инциденције и њихови докази
 - 2.1. Основне дефиниције и теореме пројективне геометрије
 - 2.2. Теореме инциденције: важни примјери и биномни докази
 - 2.3. Теореме инциденције на многострукостима
 - 2.3.1. Теореме Чеве и Менелаја
 - 2.3.2. Чева/Менелај метод за доказивање теорема инциденције
 - 2.3.3. Чева/Менелај доказ за Папусову теорему
 - 2.3.4. Уопштења Чевине и Менелајеве теореме
 - 2.4. Еквивалентност биномног и Чева/Менелај доказа теорема инциденције
 - 2.4.1. Од биномног до Чева/Менелај доказа
 - 2.4.2. Од Чева/Менелај до биномног доказа теорема инциденције
 - 2.5. Методе доказивања теорема инциденције - преко симплицијалних комплекса до формалног система
 3. Симплицијални комплекси и Менелајеве конфигурације
 - 3.1. Симплицијални комплекси: основни појмови и дефиниције
 - 3.1.1 Δ -комплекси и симплицијална хомологија
 - 3.2. M -комплекси
 - 3.3. Различити облици Менелајевих конфигурација
 4. Једностранни формални систем за доказивање теорема инциденције у RP^2
 - 4.1. Менелајев систем
 - 4.2. Сагласност M -система
 - 4.3. Пројективна интерпретација
 - 4.4. Од доказивих секвената до теорема инциденције
 - 4.5. Одлучивост Менелајевог секвентног система
 - 4.6. О одлучивости атомског Менелајевог система
 5. Имплементација система
 - 5.1. Процедура којом се провјерава да ли Γ може представљати аксиоматски секвент

5.2. Примјер

5.2.1. Ишчитавање резултата инциденције из секвента са осам атомских формула

6. Рачунарски подржано доказивање теорема у геометрији

7. Закључак и будућа истраживања

7.1. Преглед доприниса дисертације

7.2. Правци даљих истраживања и будући рад

Прилози

А Од десетоугла до турса са двије рупе

Б МАТЛАБ процедуре

Б.1 Формирање Менелајевих кофигурација на троуглу

Б.2 Формирање 4^n улазних могућности и провјера особина (0)-(4) M -комплекса
Пермутација тачака из шесторки

Б.3 Процедура којом се провјерава да ли скуп од n улазних шесторки може
представљати M -комплекс

Литература

У дисертацији се налази 61 слика (преглед слика дат је на самом почетку тезе). Библиографија садржи 45 извора.

IV ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Наслов докторске дисертације *Формални системи за доказивање теорема инциденције* је јасно дефинисан и прецизно одражава предмет истраживања и добијене резултате. У дисертацији је изграђен формални систем за доказивање теорема инциденције у пројективној геометрији који своју основу има у Чева/Менелај методу за доказивање теорема инциденције.

Први део дисертације је уводни део у коме је дата мотивација за истраживање из тезе.

У **другој глави** кандидат је најпре дао кратак преглед основних појмова из пројективне геометрије, а затим је детаљно изложио основне појмове из теорема инциденције у пројективној геометрији и представио методе доказивања ових теорема које је истраживао Рихтер-Геберт. Преглед његових истраживања и метода доказивања теорема инциденције, допуњен адекватним примјерима и илустрацијама предмет је првог дијела доктората.

У **трећој глави** кандидат је представио основе из теорије симплицијалних комплекса и симплицијалне хомологије, а затим дефинисао једну класу Δ -комплекса. Комплекси, који су названи M -комплекси и чија је геометријска реализација компактна, оријентисана површ, у докторату су коришћени као рам за моделовање теорема инциденције. Оригинални приступ у дисертацији је што су посматрани 2-цикли на M -комплексима. Ови цикли су суме елемената из скупа 2-симплекса посматраног Δ -комплекса и сваки сабирак из циклуса представља троугао коме су странице пресечене трима колинеарним тачкама, односно троугао коме је придружена Менелајева конфигурација. У овом делу обрађене су и различите Менелајеве конфигурације које постоје на једном троуглу.

Четврта глава је централна глава ове докторске дисертације. У овој глави уведен је формални систем за доказивање теорема инциденције. Аксиоматски секвенти овог система изниче из триангулација затворених, оријентабилних површи, а атомске формуле система тврде да нека шесторка тачака чини Менелајеву конфигурацију. У овом делу изучавана је и сагласност овога система у односу на еуклидску и пројективну интерпретацију и доказана је његова одлучивост у оба случаја. Дати су примери ишчитавања теорема инциденције из секвената овога система. Поред тога, показано је да M -систем није формални систем за целу пројективну геометрију.

У **петој глави** дисертације кандидат је приказао процедуру, написану у програмском језику МАТЛАБ, којом се испитује да ли је неки скуп шесторки аксиоматски. Ова процедура проверава да ли симплицијални комплекс, чија је ћелијска струкура одређена датим шесторкама, задовољава особине M -комплекса које су дефинисане у трећој глави. У овом делу илустрована је примена ове

процедуре.

Шести део је преглед рачунарски подржаног доказивања теорема у геометрији.

У **седмом** делу дисертације дати су закључци, сумирани доприноси дисертације и дате смернице за будући рад. Такође, имплементације свих процедура које је кандидат креирао у тези дате су у оквиру поглавља Прилози. У прилозима се налази и корак-по-корак илустрација лепљења десетоугла у торус са две рупе. Након дела са прилозима, налази се списак коришћене литературе.

На основу свега наведеног, Комисија позитивно оцењује све делове докторске дисертације.

VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

Таксативно навести називе радова, где и када су објављени. Прво навести најмање један рад објављен или прихваћен за објављивање у часопису са ISI листе односно са листе министарства надлежног за науку када су у питању друштвено-хуманистичке науке или радове који могу заменити овај услов до 01. јануара 2012. године. У случају радова прихваћених за објављивање, таксативно навести називе радова, где и када ће бити објављени и приложити потврду о томе.

1. Đorđe Baralić, Pierre-Louis Curien, Marina Milićević, Jovana Obradović, Zoran Petrić, Mladen Zekić, Rade Zivaljević, *Proofs and surfaces*, Annals of Pure and Applied Logic, 102845, 10.1016/j.apal.2020.102845, (2020). [M21]
2. Đorđe Baralić, Dušan Jokanović, Marina Milićević, *Variations on Steiner's Porism*, The Mathematical Intelligencer, Vol.39, No. 1, pp. 6, ISSN 0343-6993, DOI 10.1007/s 00283-016-9680-z, (2017). [M23]
3. Marina Milićević, *Teoreme incidencije na površima*, Zbornik radova sa konferencije Savremeni matematički problemi, ISBN 978-99938-47-95-3, COBISS.RS ID 7691288, (prihvaćen za štampu 2020). [M63]
4. Dušan Jokanović, Marina Milićević, Đorđe Baralić, *Software 'Cinderella' and its application in visualization of physic and mathematics*, Mathematica Montisnigri, Vol. XXXIV, pp. 86, ISSN 0354 2238, UDK 51, (2015). [M33]

VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

Главни резултат ове дисертације је нови формални систем за доказивање теорема инциденције у пројективној геометрији. Основа система је одраније познат Чева/Менелај метод за доказивање теорема инциденције, при чему су у дисертацији обрађивани само Менелајеви докази. У дисертацији су на потпуно нови и оригиналан начин спојене области логике, геометрије и алгебарске топологије.

Главни доприноси дисертације налазе се у следећим деловима:

- У трећем делу
 - Идеја и истраживање Рихтер-Геберта повезује у једну логичку и алгебарско-тополошку целину на сасвим нов начин и даје оригинални допринос овим областима;
 - Дефинисан је и описан један тип Δ -комплекса. Хомолошка средства су у дисертацији доста коришћена, а уведени M -комплекси послужили су као одређени оквир за моделовање теорема инциденције;
- У четвртм делу
 - Изграђен је нови формални систем, M -систем, за доказивање теорема инциденције у пројективној геометрији. Основне формуле система су шесторке тачака из RP^2 које говоре о постојању Менелајеве конфигурације на датом троуглу. За произвољан пребројив скуп W са

$F^6(W)$ означен је скуп свих шесторки међусобно различитих елемената из W :

$$F^6(W) = W^6 - \{(X_1, \dots, X_6) \in W^6 \mid X_i = X_j \text{ за неке } i \neq j\}$$

и то је скуп *атомских формула* M -система.

Формуле система изграђене су од атомских формула увођењем везника, а секвент, као коначан мултискуп формула, означавамо са Γ . Аксиоме система произилазе из триангулација затворених, оријентабилних површи;

- Задавање еуклидске и пројективне интерпретације секвената овога система, односно функција са W на R^2 и RP^2 . У дисертацији је доказана сагласност M -система у односу на еуклидску и пројективну интерпретацију;
 - Приказан је и сам процес моделовања теорема инциденције и њихових доказа у M -систему;
 - Посебан допринос дисертације је доказана одлучивост за формални систем M , посматрањем нормалних извођења у систему;
 - Показано је да постоје резултати инциденција у пројективној геометрији који се не могу доказати у M -систему;
- У петом делу
 - У дисертацији је развијена процедура за проверу да ли је дати скуп шесторки аксиоматски, као и процедуре којима се формирају различите Менелајеве конфигурације које се примењују на једном троуглу. Процедуре су имплементирани у програмском језику МАТЛАБ.

На основу горе наведених тачака које представљају сабране доприносе докторске дисертације, Комисија закључује да резултати тезе покривају више области и да су на потпуно нов начин спојени у логичку, рачунарску и алгебарско-тополошку целину. Докторска дисертација даје оригинални допринос овим областима.

VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Експлицитно навести позитивну и негативну оцену начина приказа и тумачења резултата истраживања.

Комисија оцењује да је докторска дисертација написана по свим научним, техничким и академским стандардима који се захтевају од једног таквог дела. Текст дисертације је написан јасно, тачно и прецизно, а сама форма и структура дисертације је прегледна и систематична.

Оригинални резултати дисертације су прецизно формулисани и детаљно теоријски доказани кроз више делова дисертације. Кад год је то било могуће, у дисертацији су материја и проблеми илустровани цртежима и појашњени су адекватним примерима.

Библиотека Факултета техничких наука у Новом Саду је службено проверила на подударност текст дисертације помоћу софтвера за детекцију плагијаризма iThenticate. Резултати провере су размотрени од стране свих чланова комисије и утврђено је да докторска дисертација кандидата Марине Милићевић представља оригинални рукопис.

IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Експлицитно навести да ли дисертација јесте или није написана у складу са наведеним образложењем, као и да ли она садржи или не садржи све битне елементе. Дати јасне, прецизне и концизне одговоре на 3. и 4. питање:

<p>1. Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме? Докторска дисертација је у потпуности написана у складу са образложењем у пријави теме.</p>
<p>2. Да ли дисертација садржи све битне елементе? Докторска дисертација садржи све битне елементе. Предмет и мотиви истраживања су јасно дефинисани. Дат је детаљан осврт на владајуће ставове и досадашња истраживања из области докторске дисертације. Резултати истраживања су јасно написани и темељно објашњени. Литература која је консулатована током рада на дисертацији је адекватна и актуелна.</p>
<p>3. По чему је дисертација оригиналан допринос науци? Дисертација представља оригинални допринос најпре области рачунарске логике, а потом и другим областима које су покривене у тези. У дисертацији је развијен нови формални систем, доказана његова сагласност и одлучивост, развијене и имплементиране процедуре за теме из дисертације. Оригиналноста резултата из дисертације и њихов допринос науци вреднован је кроз научне радове: део резултата из дисертације објављен је у радовима са ISI листе, а део у домаћим часописима и зборницима радова са конференција.</p>
<p>4. Недостаци дисертације и њихов утицај на резултат истраживања? Комисија закључује да докторска дисертација нема недостатака.</p>
<p>X ПРЕДЛОГ: На основу укупне оцене дисертације, комисија предлаже:</p>
<p>- да се докторска дисертација прихвати, а кандидату Марини Милићевић одобри одбрана.</p>

Навести име и звање чланова комисије
Потписи чланова комисије

др Силвиа Гилезан, редовни професор, председник

др Предраг Јаничић, редовни професор, члан

др Ксенија Дорословачки, ванредни професор, члан

др Ђорђе Баралић, научни сарадник, ментор

др Зоран Петрић, научни саветник, ментор